

## 1. Klausur aus der Mathematik

Datum: 18.12.2009

Gruppe A

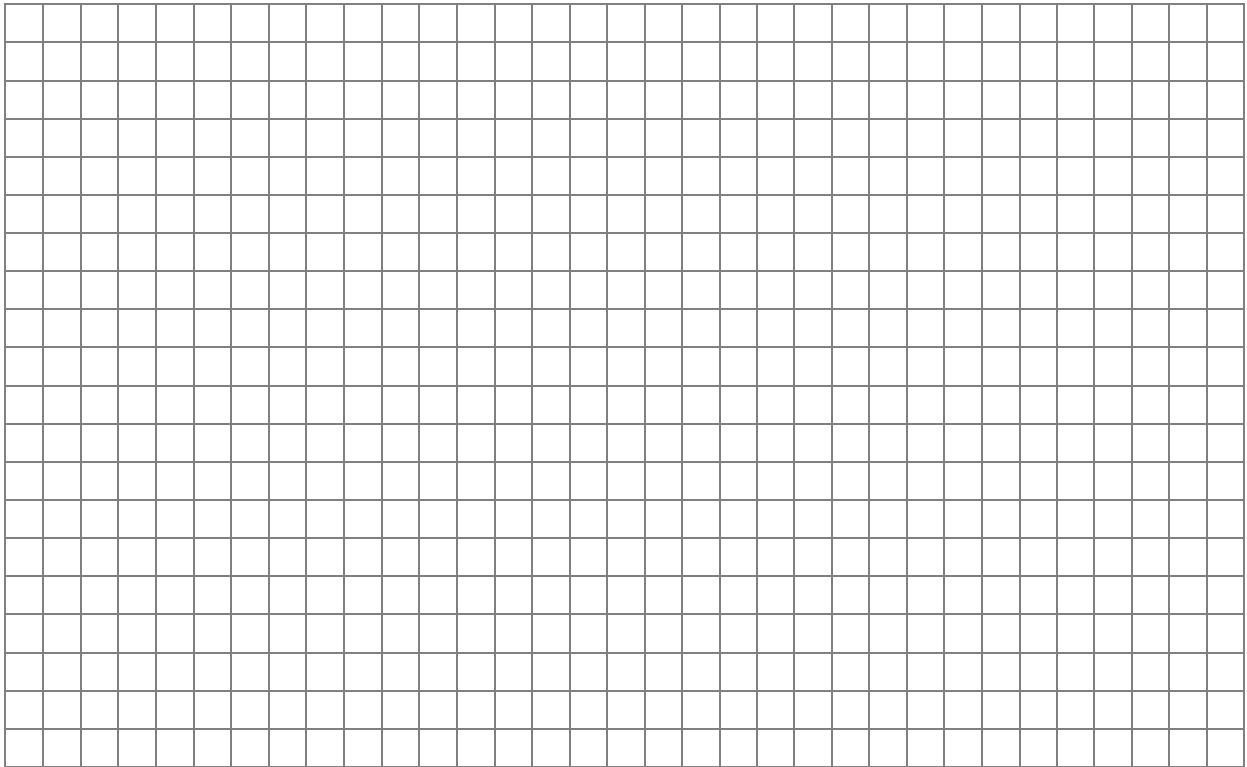
Name: .....

1. Gegeben ist die Funktion  $f: x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + \frac{2}{3}$ ,  $D_f = \mathbb{R}$
- In welchen Punkten des Graphen von  $f$  schließt die Tangente mit der  $x$ -Achse einen Winkel von  $45^\circ$  ein? (5 P)
  - Gibt es Tangenten an Kurvenpunkten mit negativer Steigung, mit Steigung gleich null? Mathematische Begründung! (3 P)
  - Zeichnen Sie den Graphen von  $f$  aus den bisher gewonnenen Ergebnissen in ein Koordinatensystem. (3 P)
2. Ist jeweils  $F$  eine Stammfunktion zu  $f$ ? Überprüfen Sie dies! Wenn nein, geben Sie eine richtige Stammfunktion  $F_r$  an.
- $F: x \rightarrow \frac{1}{x^7} + x^2$ ,  $D_F = \mathbb{R} \setminus \{0\}$        $f: x \rightarrow 2x - \frac{5}{x^6}$ ,  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$       (3 P)
  - $F: x \rightarrow \sin(x) + 1$ ,  $D_F = \mathbb{R}$        $f: x \rightarrow -\cos(x)$ ,  $D_f = \mathbb{R}$       (3 P)
3. a) Der Architekt Herr Dr. Baugern hat folgendes Profil einer Landschaft im Gebirge vor sich liegen (siehe hierzu Rückseite dieses Angabenblatts, Skizze oben). Dieses wird gezeichnet durch den Graphen einer Funktion  $f$ . Dummerweise ist sein Computer ausgefallen, so dass er den Graphen der Funktion  $f'$ , welche ihm die Steigung an jedem Landschaftspunkt angibt, nicht zeichnen kann. Erstellen Sie den Graphen von  $f'$  für ihn. (4 P)
- b) In der Skizze darunter (siehe Rückseite) ist der Graph der Steigungsfunktion  $f'$  gegeben. Erstellen Sie durch Zeichnen von  $G_f$  das Profil der Landschaft. Der Architekt weiß nur, dass  $f(1) = 0$  ist. (4 P)
4. a) Der Mathematikstudent Peter glaubt nicht, dass die erste Ableitung von  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$  für  $x \neq 0$   $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$  ergibt. Beweisen Sie ihm dies unter Verwendung der  $h$ -Methode, nicht mit Hilfe einer Ableitungsregel. (7 P)
- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente  $T_a$  an den Graphen von  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ ,  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  an der Stelle  $a = 2$ . (4 P)
- c) An welcher Stelle  $b$  des Graphen von  $f$  gibt es eine zur Tangente  $T_a$  parallele Tangente  $T_b$ ? Bestimmen Sie die Tangentengleichung von  $T_b$ . (4 P)

Insgesamt: 40 Punkte

Viel Erfolg!

Zu Aufgabe 3a:



Zu Aufgabe 3b:

